$$\frac{P - CMg}{P} = - \frac{1}{\in}$$

1.Debe demostrar la ecuación anterior

donde:

P = precio, CMg = costo marginal, ε_d=elasticidad-precio de la demanda

Esta fórmula se obtiene a partir de la **condición de maximización del beneficio** del monopolista: IMg = CMg

1. Partimos del beneficio del monopolista

El beneficio es: $\pi(Q) = IT(Q) - CT(Q)$

El ingreso total es: $IT(Q) = P(Q) \times Q$

Entonces: $\pi(Q) = P(Q)xQ - CT(Q)$

El monopolista controla la cantidad Q . Luego, el precio se determina usando la función de demanda: $P = P(Q)$.

2. Condición de maximización del beneficio

Para maximizar el beneficio, derivamos respecto a Q: $\frac{d\pi}{dQ} = \frac{dIT}{dQ} - \frac{dCT}{dQ}$

Sabemos que: $\frac{dIT}{dQ} = IMg$

y: $\frac{dCT}{dQ} = CMg$, Por tanto: $\frac{d\pi}{dQ} = IMg - CMg$, En el máximo beneficio: $\frac{d\pi}{dQ} = 0$

Entonces: $IMg - CMg = 0 \rightarrow IMg = CMg$

El monopolista produce donde el **ingreso marginal** es igual al **costo marginal**.

3. Hallamos el ingreso marginal del monopolista

El ingreso total es: $IT = P(Q)Q$

Derivamos usando la regla del producto: $IMg = \frac{d[P(Q)Q]}{dQ} \rightarrow IMg = P + Q\frac{dP}{dQ}$

El primer término, **P**, representa el ingreso que obtiene por vender una unidad adicional.

El segundo término, $\mathbf{Q\frac{dP}{dQ}}$, representa la pérdida de ingreso causada porque, para vender más, el monopolista debe reducir el precio de todas las unidades vendidas.

Como la demanda tiene pendiente negativa: $\mathbf{\frac{dP}{dQ} < 0 \rightarrow Q\frac{dP}{dQ} < 0}$. Por eso: $\mathbf{IMg < P}$.

4. Introducimos la elasticidad-precio de la demanda

La elasticidad-precio de la demanda se define como: $\varepsilon_d = \frac{dQ}{dP} \times \frac{P}{Q}$.

Ahora tomamos la inversa de la elasticidad: $\frac{1}{\varepsilon_d} = \frac{dP}{dQ} \times \frac{Q}{P}$.

Esto nos sirve porque en el ingreso marginal aparece: $Q\frac{dP}{dQ}$.

$IMg = P + Q\frac{dP}{dQ}$ Multiplicamos y dividimos por **P** : $IMg = P + P\left(\frac{Q}{P}\frac{dP}{dQ}\right)$

Pero: $\frac{Q}{P}\frac{dP}{dQ} = \frac{1}{\varepsilon_d} \rightarrow$ $IMg = P + P\left(\frac{1}{\varepsilon_d}\right)$ Factorizamos P : $IMg = P\left(1 + \frac{1}{\varepsilon_d}\right)$

5. Usamos la regla de maximización IMg=CMg

Como en el óptimo del monopolista: $IMg = CMg$, reemplazamos: $P\left(1 + \frac{1}{\varepsilon_d}\right) = CMg$.

Desarrollamos: $P + \frac{P}{\varepsilon_d} = CMg$ Pasamos CMg al lado izquierdo: $P - CMg = -\frac{P}{\varepsilon_d}$

Ahora dividimos todo entre P : $\frac{P - CMg}{P} = -\frac{1}{\varepsilon_d}$

Y queda demostrada la ecuación: $\boxed{\mathbf{\frac{P - CMg}{P} = -\frac{1}{\varepsilon_d}}}$

6. Interpretación económica

La parte izquierda: $\frac{P - CMg}{P}$

Mide cuánto se aleja el precio del costo marginal. Es decir, mide el **margen de poder de mercado**. Si: $P = CMg \rightarrow \frac{P - CMg}{P} = 0$. Eso corresponde a competencia perfecta.

Pero si: $P > CMg \rightarrow \frac{P - CMg}{P} > 0$

$\therefore$ Eso indica poder de monopolio. **Una empresa competitiva** cobra un precio igual al costo marginal, mientras que una empresa con poder de **monopolio** cobra un precio superior al costo marginal. Por eso el índice de Lerner se usa como medida del poder de monopolio.

$$\frac{P - CMg}{P} = - \frac{1}{\in}$$

Debe aplicar la ecuación para un caso específico. Conoce el precio, el costo marginal y la elasticidad precio de demanda como resultado de una función de costos y de demanda del monopolista.

Partiendo de una **función de demanda** y una **función de costos**. El monopolista maximiza beneficios donde: IMg=CMg , y, al expresar esa condición usando la elasticidad-precio de la demanda, se obtiene la regla práctica: $\frac{P - CMg}{P} = - \frac{1}{\varepsilon_d}$, esta ecuación muestra que el margen del precio sobre el costo marginal depende inversamente de la elasticidad de la demanda.

1. Caso específico

Supongamos que un monopolista enfrenta la siguiente demanda inversa: $P = 100 - 2Q$

y su función de costos es: $CT = 100 + 20Q$ Donde: **P =** precio**, Q =** cantidad**, CT = costo total.**

2. Hallamos el costo marginal

El costo marginal es la derivada del costo total respecto a la cantidad: $CMg = \frac{dCT}{dQ}$

Como: $CT = 100 + 20Q \rightarrow CMg = 20$

El costo fijo es **100**, pero no afecta al costo marginal porque no cambia cuando cambia la producción.

3. Hallamos el ingreso total

El ingreso total es: $IT = P \cdot Q$, Como la demanda es: $P = 100 - 2Q$, reemplazamos:
$IT = (100 - 2Q)Q \rightarrow IT = 100Q - 2Q^2$

4. Hallamos el ingreso marginal

El ingreso marginal es la derivada del ingreso total:

$$IMg = \frac{dIT}{dQ} \rightarrow IMg = \frac{d(100Q - 2Q^2)}{dQ} \rightarrow IMg = 100 - 4Q$$

5. Condición de maximización del monopolista

El monopolista maximiza beneficios donde el ingreso marginal es igual al costo marginal.

$IMg = CMg \xrightarrow{Reemplazamos:} 100 - 4Q = 20 \rightarrow 80 = 4Q \rightarrow$ (La cantidad óptima del monopolista)

6. Hallamos el precio óptimo

Usamos la demanda: $P = 100 - 2Q \xrightarrow{Reemplazamos\ Q^* = 20:} P = 100 - 2(20) \rightarrow P = 100 - 40 \rightarrow P* = 60$

Entonces, el monopolista produce: $Q* = 20$ y cobra: $P^* = 60$

7. Hallamos la elasticidad-precio de la demanda

La elasticidad-precio de la demanda es: $\varepsilon_d = \frac{dQ}{dP} \cdot \frac{P}{Q}$

Tenemos la demanda inversa: $P = 100 - 2Q \xrightarrow{Despejamos\ Q} Q = 50 - \frac{1}{2}P$

Derivamos: $\frac{dQ}{dP} = -\frac{1}{2}$ Ahora usamos el punto óptimo: $P* = 60$ y $Q* = 20$

Entonces: $\varepsilon_d = \left(-\frac{1}{2}\right)\left(\frac{60}{20}\right) \rightarrow \varepsilon_d = \left(-\frac{1}{2}\right)(3) \rightarrow \varepsilon_d = -1.5$ (**La elasticidad-precio de la demanda en el punto óptimo**)

8. Aplicamos la ecuación

La ecuación es: $\boxed{\frac{P - CMg}{P} = -\frac{1}{\varepsilon_d}}$, ya tenemos: $P = 60$, $CMg = 20$, $\varepsilon_d = -1.5$

Primero calculamos el lado izquierdo:

$$\frac{P - CMg}{P} = \frac{60 - 20}{60} \rightarrow \frac{P - CMg}{P} = \frac{40}{60} \rightarrow \frac{P - CMg}{P} = 0.6667$$

Ahora calculamos el lado derecho: $-\frac{1}{\varepsilon_d} = -\frac{1}{-1.5} \rightarrow -\frac{1}{\varepsilon_d} = 0.6667$

Por lo tanto: $\frac{P - CMg}{P} = -\frac{1}{\varepsilon_d} \rightarrow 0.6667 = 0.6667$

$\therefore$ Se cumple la ecuación.

9. Interpretación económica

El resultado: $\frac{P - CMg}{P} = 0.6667$ significa que el margen del precio sobre el costo marginal es aproximadamente: 66.67% Es decir, el monopolista cobra un precio bastante superior a su costo marginal: $P = 60$ y $CMg = 20$.

La diferencia es: $P - CMg = 40$

$\therefore$ Esto indica **poder de monopolio**. En competencia perfecta, el precio sería igual al costo marginal; en cambio, el monopolista cobra un precio mayor que el costo marginal, y ese margen depende de la elasticidad de la demanda.

Presentar el o los gráficos que correspondan a la maximización del beneficio donde se cumple la ecuación

Del ejemplo: Demanda P = 100 – 2Q; Coto Total CT = 100 + 2Q

Gráfico 1. Maximización del beneficio del monopolista

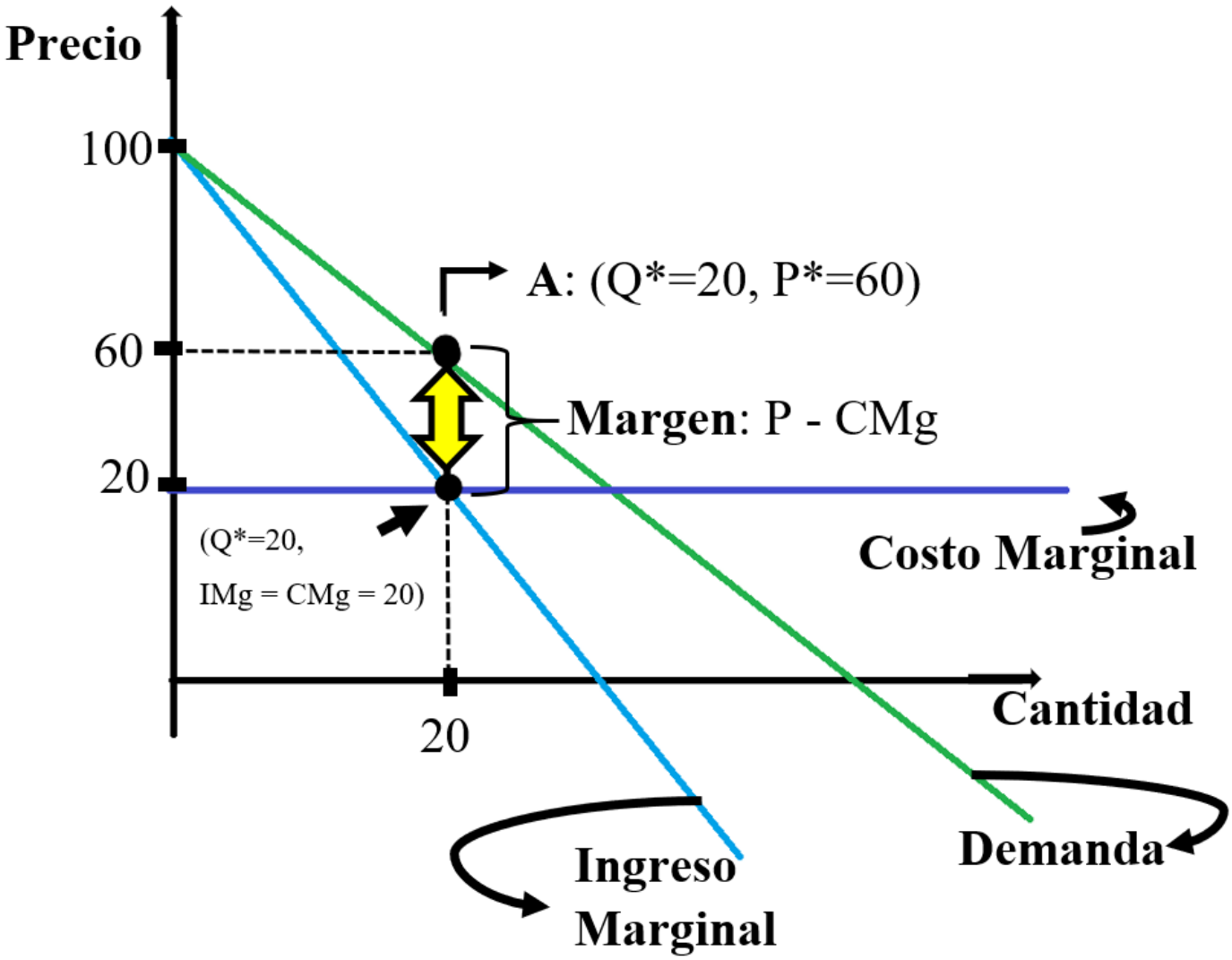

Gráfico 2. Beneficio máximo como distancia IT - CT